

Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

P) Quadratische Funktionen

- 1.1 Gegeben sind die Koordinaten des Scheitelpunktes $S(2/4)$ und eines weiteren Punktes $P(3/3)$ einer Parabel. Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung der Parabel.
(Ergebnis: $y = -(x - 2)^2 + 4$)
- 1.2 Bestimme die Nullstellen der Parabel.
(Ergebnis: $S_1(0/0)$; $S_2(4/0)$)
- 2.0 $S(2/1)$ ist der Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten Normalparabel p .
- 2.1 Zeichne die Parabel p und stelle ihre Gleichung auf.
(Ergebnis: $y = x^2 - 4x + 5$)
- 2.2 Bestätige algebraisch: $p \cap x\text{-Achse} = \emptyset$
- 2.3 Zeige durch Rechnung: $R(0/5)$ sowie $Q(3/2)$ sind Punkte der Parabel p .
- 3.0 Die Punkte $P(0/-7)$ und $Q(5/-2)$ liegen auf einer nach unten geöffneten Normalparabel p . $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- 3.1 Berechne die Gleichung der Parabel p .
(Ergebnis: $y = -x^2 + 6x - 7$)
- 3.2 Bestimme die Koordinaten des Parabel-Scheitels.
Gib die Definitions- und Wertemenge der zugehörigen quadratischen Funktion an.
- 3.3 Berechne die Nullstellen der Funktion.
4. Zeichne die Graphen folgender Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Die Bereiche der Koordinatenachsen sind selbst zu bestimmen; notwendige Daten sind ggf. vorher auf dem Arbeitsblatt durch Rechnung zu ermitteln. Die Graphen sind eindeutig jeweils mit ihrer Funktionsgleichung zu beschriften.
a) $y = (x - 4)^2$; b) $y = 2,5 + x^2$; c) $y = x^2 + 3x - 4$; d) $y = -x^2 + 1$
5. Bestimme den Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel !
a) $y = x^2 - 14x + 53$ b) $y = -3x^2 - 12x - 15$
6. Bestimme die Lösungsmenge !
a) $x^2 + 3x - 10 = 0$ b) $2x^2 - 3x - 2 = 0$ c) $x(3x - 2)^2 - 4x = 0$

Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

7. Ergänze die Tabelle !

	f(x)	D _f	W _f	Umkehrfunktion		
				f(x)'	D _{f'}	W _{f'}
a)	$f(x) = x^2 + 1$	$x \geq 2$				
b)	$f(x) = (x - 3)^2$	$x < 3$				
c)	$f(x) = \sqrt{x + 2} + 1$	$x \geq -2$				
d)	$f(x) = -\sqrt{1 - x}$		$y < -2$			

8. Gegeben ist die Funktion g durch die Gleichung $g(x) = 0,5x^2 - 2x + 1$ für $x \geq 2$. Bestimme zeichnerisch den Graphen der Umkehrfunktion g' von g !

Maßstab: x-Achse: 1 LE $\hat{=}$ 1 cm; y-Achse: 1 LE $\hat{=}$ 1 cm

9.1 Gegeben ist die Parabel p: $y = 0,5x^2 - 4x + 13$ $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

9.2 Bestimme durch Rechnung die Koordinaten des Scheitels S.
(Ergebnis: S(4/5))

9.3 Tabellarisiere die Funktion p für $x \in [0; 8]$ mit $\Delta x = 1$.
Zeichne die Parabel p in ein Koordinatensystem ein.
Platzbedarf: $-4 \leq x \leq 10$; $-2 \leq y \leq 13$

9.4 Die Gerade g: $y = 0,5x + 6$ schneidet die Parabel p in den Punkten C und D.
Zeichne die Gerade g in das Koordinatensystem ein und berechne die Koordinaten der Punkte C und D.
(Teilergebnis: C(2/7))

10. Gegeben ist die quadratische Funktion f(x) mit $D_{f(x)} = [-4; 2]$

- Bestimme die Funktionsgleichung, wenn die Funktion durch die Punkte A(-2,5/0), B(-0,5/8) und C(1,5/0) verläuft !
- Bestimme für den Bereich, in dem f(x) monoton fällt die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ und gib deren Definitionsmenge an !

11.0 Gegeben ist die Funktion f₁ mit $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$). Der Graph zu f₁ ist die Parabel p₁, die durch die Punkte A(-2/-4) und B(4/0) verläuft.

11.1 Ermitteln Sie die Gleichung zu f₁. Tabellarisieren Sie f₁ für $x \in [-5; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$. Zeichnen Sie die Parabel p₁ in ein Koordinatensystem. Für die Zeichnung: $-6 \leq x \leq 6$; $-6 \leq y \leq 5$; 1 LE = 1cm

Vorbereitung zur 1. Mathematikschulaufgabe

1. Semester

- 11.2** Durch die Punkte A und B verläuft die Gerade g. Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem zu 11.1 und bestimmen Sie die Geradengleichung zu g. Berechnen Sie das Maß δ des spitzen Winkels, den die Gerade g mit der y-Achse einschließt.
- 11.3** Der Graph zu f_2 mit $y = -x^2 + 4x$ ist die Parabel p_2 . Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 und zeichnen Sie p_2 in das Koordinatensystem zu 11.1 ein.
- 12.** Gegeben sei die Funktion f durch die Gleichung $f(x) = \sqrt{x} + 18$ für $x \in \mathbb{R}^+$.
Gib die Wertemenge von f an.
Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} von f und gib die Definitions- und Wertemenge von f^{-1} an.
- 13.** Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichung:

$$\sqrt{-4x + 13} = 2 - x$$

- 14.** Die folgenden Aufgaben beziehen sich teilweise aufeinander.
Zeichne für alle folgenden Aufgaben ein gemeinsames Koordinatensystem (x-Werte zwischen -3 und 6; y-Werte zwischen -3 und 4).
Wir betrachten zunächst die Funktion f mit der Gleichung $y = \sqrt{x+2} + 1$.
- a) Zeichne den Graphen von f in das Koordinatensystem, gib D_f und W_f an, berechne die Gleichung der Funktion g_1 , von der f die Umkehrfunktion ist und gib für g_1 die Definitions- und die Wertemenge an!
(Ergebnis: $g_1 : y = (x-1)^2 - 2$)
- b) Wir erweitern den Definitionsbereich von g_1 auf ganz \mathbb{R} .
Zeichne den Graphen von g_1 für den neuen Definitionsbereich gestrichelt in das Koordinatensystem ein.
- c) Berechne für die Funktion $g_2 : y = 0,5x^2 - x - 1,5$ den Scheitel und zeichne den Graphen von g_2 in das Koordinatensystem ein.
- d) Gib die x-Koordinaten der Schnittpunkte von g_2 mit der x-Achse exakt an!
- e) Gib die Gleichung einer neuen Funktion h_1 an, deren Graph zu dem von g_2 kongruent ist und die gleiche Wertemenge wie g_2 hat!
- f) Gib dann die Gleichung einer Funktion h_2 an, die von g_2 verschieden ist, deren Graph aber den gleichen Scheitel und die gleiche Wertemenge hat wie g_2 !