Raumgeometrie - Zylinder, Kegel, Kugel

Am Ende der Aufgabensammlung finden Sie eine Formelübersicht

1.0 Ein gerader Kreiskegel hat den Grundkreisradius r = 3 cm und die Höhe h = 12 cm.

1.1 Zeichne einen Axialschnitt des Kegels im Maßstab 1:2.

1.2 Berechne das Volumen, die Mantel- und die Oberfläche des Kegels.

1.3 Welche Höhe h muss ein gerader Kreiszylinder mit gleicher Grundfläche haben, wenn sein Volumen gleich dem des Kegels ist?

1.4 Berechne die Oberfläche dieses Zylinders.

2.0 Einem geraden Kreiskegel mit der Höhe h = 9 cm und dem Grundkreisradius r = 3 cm sollen gerade Zylinder einbeschreiben werden.
Zylindergrundfläche und Kegelgrundfläche liegen konzentrisch aufeinander.
Der Zylinderradius sei r_z.

2.1 Zeichne einen Axialschnitt von Kegel und Zylinder für r_z = 2 cm.

2.2 Bestimme die Oberfläche und das Volumen des Zylinders in Abhängigkeit von r_z.

2.3 Untersuche, ob die Oberfläche des Zylinders einen extremen Wert annimmt.
Gib den Extremwert und den entsprechenden Wert für r_z an.

3. Das Dreieck ABC mit A(0/2); B(6/0); C(2/8) rotiert um die y-Achse.
Berechne das Volumen und die Oberfläche des entstandenen Rotationskörpers.

4.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB}$ = 4 cm, $\overline{BC}$ = 10 cm und $\sphericalangle$ BAC = 90°.
Es rotiert um AC als Achse, wodurch ein Kegel mit der Spitze C entsteht.
Neue Kegel erhält man, wenn man die Höhe von der Spitze her um x cm verkürzt und die Grundfläche beibehält.

4.1 Zeichne den Axialschnitt des ursprünglichen Kegels zusammen mit dem des Kegels für x = 3 cm.

4.2 Für welchen Wert von x erhält man einen Kegel, dessen Mantellinien mit der Grundfläche Neigungswinkel von 45° einschließen?

4.3 Als Abwicklung des Kegelmantels erhält man einen Kreissektor. Für welches x entsteht ein Halbkreis?

5.0 Einem geraden Kreiskegel mit der Höhe h = 10 cm und dem Grundkreisradius r = 4 cm soll eine Kugel einbeschrieben werden.

5.1 Zeichne den Axialschnitt von Kegel und Kugel.

5.2 Berechne das Volumen von Kegel und Kugel.

Raumgeometrie - Zylinder, Kegel, Kugel

6.0 Ein gerader Kreiskegel hat den Grundkreisradius r_k = 2,5 cm, seine Mantellinien s_k sind 6,5 cm lang.

6.1 Zeichne den Axialschnitt des Kegels, und berechne die Kegelhöhe h_k.

6.2 Berechne das Maß φ des Öffnungswinkels (an der Spitze) des Kegels.

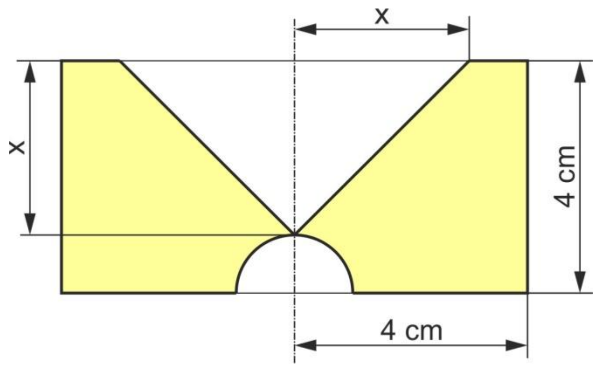
6.3 Berechne das Maß ω des Mittelpunktwinkels der Kegelmantelabwicklung.

6.4 Dem Kegel werden gerade Kreiszylinder mit dem Radius x cm und der Höhe y cm einbeschrieben, deren Grundflächen in der Grundfläche des Kegels liegen und deren Deckflächen vom Kegelmantel begrenzt werden.
Zeichne den Axialschnitt des Zylinders für x = 1,5 cm in die Zeichnung ein.

6.5 Bestimme y in Abhängigkeit von x.

6.6 Für welchen Wert von x erhält man den einbeschriebenen Zylinder mit der größten Mantelfläche? Wie groß ist dieser?

7.0 Die Figur rotiert um die Symmetrieachse. Die Spitze des Dreiecks berührt den Halbkreis.
Kegelradius und Kegelhöhe des Rotationskörpers sind variabel, haben aber stets das gleiche Maß x.



7.1 Berechne die fünf Teilflächen, die die Oberfläche des Rotationskörpers bilden, in Abhängigkeit von x.

7.2 Welches Intervall ist für x zulässig?

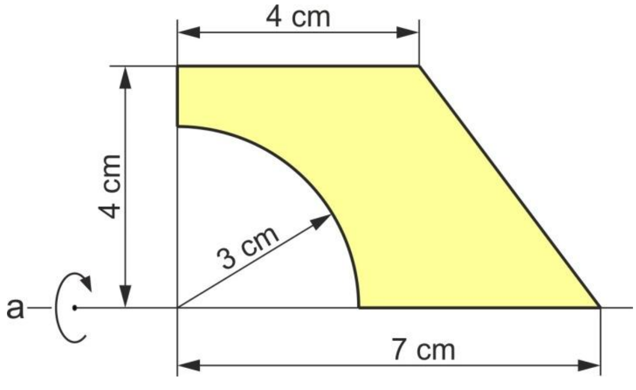
7.3 Gib die Oberfläche des Rotationskörpers als Funktion von x an.

7.4 Welche Art von Extremwert der Oberfläche tritt im Intervall von 7.2 auf? Begründung!

7.5 Berechne die Belegung von x des Extremwertes und gib diesen Extremwert an.

8.0 Gegeben ist nebenstehend abgebildete Figur.

8.1 Die Fläche rotiert um die Achse a.
Berechne Volumen und Oberfläche des Rotationskörpers.



Raumgeometrie - Zylinder, Kegel, Kugel

9.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC, mit der Basis $[AB] = 5\text{ cm}$ und der Höhe $\overline{MC} = 6\text{ cm}$. (M = Mittelpunkt von [AB])

9.1 Zeichne das Dreieck ABC.
Berechne das Maß α der Basiswinkel des Dreiecks ABC.

9.2 Das Dreieck ABC rotiert um MC als Achse.
Berechne die Oberfläche des entstehenden Kegels.

9.3 Aus dem gegebenen Kegel entstehen neue Kegel, wenn man den Radius [AM] um x cm verlängert und die Mantellinien [AC] um 0,5 x cm verkürzt.
Ergänze die Zeichnung mit dem Axialschnitt des Kegels, den man für x = 2 erhält.

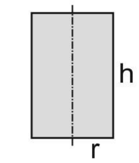
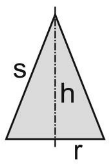
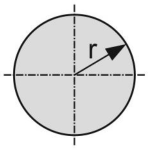
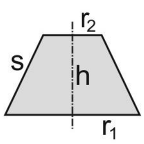
9.4 Stelle die Höhe h(x) der Kegel in Abhängigkeit von x dar.
Berechne den Wert von x, für den man einen Kegel mit der Höhe 4 cm erhält.

9.5 Gib das Intervall für x an, für das man Kegel erhält.

9.6 Stelle die Mantelfläche M(x) der Kegel in Abhängigkeit von x dar.

9.7 Berechne den Wert für x, so dass die Mantellinien des zugehörigen Kegels mit der Grundfläche einen Winkel von 30° einschließen.

Verwendete Formeln

Körper	Axialschnitt	Volumen	Oberfläche	Mantel
Zylinder		$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$O = 2\pi \cdot r(r + h)$	$M = 2\pi \cdot r \cdot h$
Kegel		$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$	$O = \pi \cdot r(r + s)$	$M = \pi \cdot r \cdot s$
Kugel		$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$	$O = 4\pi \cdot r^2$	
Kegel-stumpf		$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h\left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$	$O = \pi\left(r_1^2 + r_2^2\right) + \pi \cdot s\left(r_1 + r_2\right)$	$M = \pi \cdot s\left(r_1 + r_2\right)$