Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben ab Seite 8

3. Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit

3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit und die Formel von Bayes

Beispiel zum Einstieg in das Thema:

Peter wirft zwei Würfel. Danach möchte er Folgendes berechnen:

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme beim Werfen der zwei Würfel mindestens 8 beträgt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens die Augensumme 8 zu erreichen, wenn Peter von Anfang an weiß, dass einer der Würfel eine 4 zeigen wird ?

Erklärung:

Der Ergebnisraum Ω umfasst folgende Ereignisse:

(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Das Ereignis **A** „die Augensumme beträgt mindestens 8“ sieht folgendermaßen aus:

					(2;6)
				(3;5)	(3;6)
			(4;4)	(4;5)	(4;6)
		(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Für das Ereignis **B** „ Einer der Würfel zeigt die Zahl 4“ ergibt sich:

			(1;4)		
			(2;4)		
			(3;4)		
(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
			(5;4)		
			(6;4)		

Stochastik - Kapitel 3

Nun können wir die Teilaufgabe a) ganz leicht beantworten:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{15}{36}$$

Alle möglichen Zahlenkombinationen, die beim Werfen von zwei Würfeln eintreten können sehen wir an der Ergebnismenge. Es gibt 36 verschiedene Kombinationen.
Für das Ereignis **A** kommen davon allerdings nur 15 in Frage, da nur sie die Bedingung „die Augensumme beträgt mindestens 8" erfüllen.

Zum Lösen der Teilaufgabe b) gehen wir nun genauso vor:

$$P(B) = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{5}{11}$$

Es gibt 11 mögliche Wurfkombinationen, bei denen eine Zahl eine 4 ist.
Nur 5 von diesen 11 Kombinationen erfüllen allerdings auch die 2. Bedingung „die Augensumme muß mindestens 8 betragen".

Man verwendet für die Teilaufgabe b) folgende Schreibweise: $P(A|B)$.

MERKE:

Diese Bezeichnung sagt aus, dass das Ereignis A, unter der Bedingung, dass das Ereignis B eingetroffen ist, auftritt.

$P_B(A) = P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ist die **bedingte Wahrscheinlichkeit** des Ereignisses A unter der Bedingung B.

Analog für das Eintreten des Ereignisses B unter der Bedingung, dass das Ereignis A eingetroffen ist, gilt:

$$P_A(B) = P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Im 2. Kapitel haben wir bereits die 1. und 2. Pfadregel kennen gelernt.

$P(A \cap B) = P(B) \cdot P_B(A)$ (1. Pfadregel)

$P(A) = P(B) \cdot P_B(A) + P(\overline{B}) \cdot P_{\overline{B}}(A)$ (2. Pfadregel)

Mit ihrer Hilfe kann man nun folgern:

$$\Rightarrow P_A(B) = \frac{P_B(A) \cdot P(B)}{P(B) \cdot P_B(A) + P(\overline{B}) \cdot P_{\overline{B}}(A)}$$

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Wenn wir in der 2. Pfadregel A mit B vertauschen, dann erhält man:

(x) $P(B) = P(A) \cdot P_A(B) + P(\overline{A}) \cdot P_{\overline{A}}(B)$.

Dabei ist :

$A \cap \overline{A} = \varnothing$ (A *und* $\overline{A}$ sind unvereinbar),

$A \cup \overline{A} = \Omega$

Aus der Pfadanalyse in den vorherigen Kapiteln ist jetzt die folgende Verallgemeinerung der obigen Formel (x) klar:

Sind die Ereignisse $A_1,\ A_2, \ldots, A_n$ paarweise unvereinbar $\left(A_i \cap A_j = \varnothing\,,\ i \neq j\right)$ und $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$, dann gilt:

(⊕) $P(B) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) + \ldots + P(A_n) \cdot P_{A_n}(B)$

„die Formel von der totalen Wahrscheinlichkeit“

Eine andere Schreibweise für (⊕):

(⊗) $P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + \ldots + P(B|A_n) \cdot P(A_n)$

stets gilt: $P(A_i|B) \cdot P(B) = P(B|A_i) \cdot P(A_i)$

nehmen wir jetzt an, daß $P(B) \neq 0$:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{P(B)}$$

Benutzt man den Ausdruck (⊗) für $P(B)$, dann gilt auch:

$$\boxed{P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(B|A_j) \cdot P(A_j)} = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{P(B)}}$$

Das ist die **Formel von Bayes**

Stochastik - Kapitel 3

Beispiel:

Die kleine Petra fährt an 50% ihrer Kindergartentage mit dem Bus. In 70% der Fälle erreicht sie so pünktlich den Kindergarten. Durchschnittlich kommt der Bus allerdings nur an 60% der Tage rechtzeitig zum Beginn an. Heute erscheint Petra pünktlich.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie den Bus benutzt ?

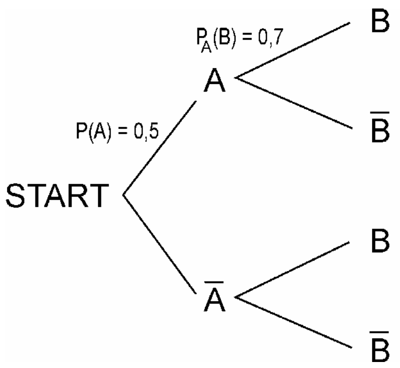
Ereignis **A** sei: „Fahrt mit dem Bus“
Ereignis **B** sei: „Pünktliche Ankunft am Kindergarten“

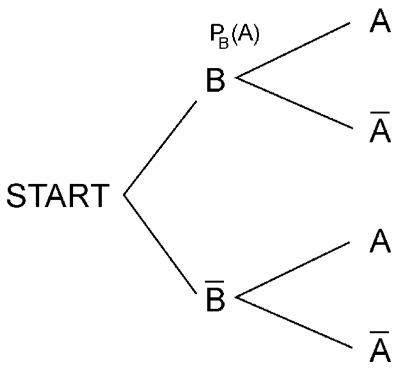
Wir suchen $P_B(A)$, also die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses **A** unter der Bedingung **B.**

<u>Anders gesagt:</u> Das Ereignis **B** ist eingetreten; wie wahrscheinlich ist dann das Eintreten des Ereignisses **A** ?

$$P_B(A) = \frac{P(A) \cdot P_A(B)}{P(B)} = \frac{0,5 \cdot 0,7}{0,6} = 0,5833 \quad \hat{=} \; 58,33\%$$

Zur Verdeutlichung schauen wir uns die beiden nachstehenden Ereignisbäume an:





 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

3.2 Die stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen

Beispiel zur Einführung in das Thema:

Klaus spielt mit seinen Freunden Skat.
Er zieht aus dem Skatblatt zufällig eine Karte und schaut sie sich an. Seinen Mitspielern verrät er das Ergebnis nicht.
A sei „die gezogene Karte ist ein Bube".
Für Klaus´ Mitspieler ergibt sich dann:

$$P(A)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}.$$

Das ist die **absolute Wahrscheinlichkeit** für A**.**
(Es liegt ihnen keine Information vor)

> Ein Skatspiel (französisches Blatt) hat 32 Spielkarten. Davon 16 rote (Herz + Karo) und 16 schwarze (Kreuz + Pik).
>
> Die acht verschiedenen Kartenwerte sind 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As.
>
> Wenn man nur die aufgedruckten Farben rot bzw. schwarz berücksichtigt, enthält das Skatspiel nun jeweils 2 rote und 2 schwarze Buben, Damen, Könige, … usw.
>
> Insgesamt enthält das Skatspiel je 4 Buben, Damen, Könige, … usw.

a) Klaus verrät nun, dass er eine rote Karte gezogen hat (Ereignis R). Da die Mitspieler nun diese Information haben, kann man Aussagen über die **bedingte Wahrscheinlichkeit** treffen:

$$P(A|R)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}=P(A).$$

Wir können sehen, dass $P(A\cap R)=P(A)\cdot P(R);$ $\qquad P(A|R)=P(A).$

$$\frac{1}{16}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}$$

Die Information, dass Klaus eine rote Karte gezogen hat, ist deshalb für seine Mitspieler wertlos. Das Ereignis A ist **(stochastisch) unabhängig** vom Ereignis R.

Es gilt die **Produktdarstellung**: $P(A\cap R)=P(A|R)\cdot P(R)=P(A)\cdot P(R).$

b) Klaus teilt seinen Mitspielern nun mit, dass er weder ein As, noch eine Zehn (Ereignis B) gezogen hat. Diese Information ist nicht wertlos.
Die bedingte Wahrscheinlichkeit erhöht sich nun folgendermaßen:

$$P(A|B)=\frac{1}{6}>P(A).$$

Die Produktdarstellung gilt in diesem Fall nicht,
da $P(A\cap B)=P(A|B)\cdot P(B)\neq P(A)\cdot P(B).$

$\mathrm{P(B)}=6/8;\quad \mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\mathrm{A}$

$\mathrm{P(A\cap B)}=\mathrm{P(A)}=1/8$

$\Rightarrow$ Die Ereignisse A und B sind **(stochastisch) abhängig**.

> **MERKE:**
>
> Zwei Ereignisse A und B sind genau dann stochastisch **unabhängig,** wenn die Wahrscheinlichkeit des einen Ereignisses nicht durch das Eintreten des zweiten Ereignisses verändert wird.
> Das ist der Fall, wenn $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ gilt.

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

ACHTUNG:

Der Begriff der „Unvereinbarkeit“ zweier Ereignisse darf nicht mit dem Begriff der „Unabhängigkeit“ zweier Ereignisse verwechselt werden.

- „A und B sind unvereinbar“ bedeutet, dass $A \cap B = \{\ \}$. Daraus folgt, dass $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- „A und B sind unabhängig“ ist äquivalent zu $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$\Rightarrow$ Sind zwei Ereignisse unvereinbar, dann ist ihre Unabhängigkeit automatisch ausgeschlossen.
Sind A und B unvereinbar, bedeutet dies nämlich, dass sie nicht gemeinsam auftreten können. Die beiden Ereignisse beeinflussen sich also gegenseitig
(Beispiel: Tritt B ein, dann tritt A nicht ein usw.).

MERKE:

Sie die Ereignisse A und B unabhängig, dann ergibt sich, dass auch die folgenden Ereignisse unabhängig sind: A und $\overline{B}$, $\overline{A}$ und B, $\overline{A}$ und $\overline{B}$.

Verdeutlichung anhand einer Vierfeldertafel:

	B	$\overline{B}$	
A	$a \cdot b$	$a(1-b)$	a
$\overline{A}$	$b(1-a)$	$(1-a)(1-b)$	$1-a$
	b	$1-b$	

Liegen drei Ereignisse A, B und C vor, dann gilt:
A, B, C sind stochastisch unabhängig, wenn

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad und$$

$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C) \quad und$$

$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C) \quad und$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Die Unabhängigkeit von n Ereignissen wird analog definiert, und zwar:

Die Ereignisse A_1, A_2, … , A_n sind unabhängig, wenn für jede Teilmenge

$\{n_1, n_2, ..., n_k\} \subseteq \{1, 2, ..., n\}$ mit $2 \le k \le n$ gilt:

$$P(An_1 \cap An_2 \cap \ldots \cap An_k) = P(An_1) \cdot P(An_2) \cdot \ldots \cdot P(An_k)$$

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

3.3 Die Bernoulli-Kette

Bei manchen Zufallsexperimenten interessiert man sich nur dafür, ob ein Ereignis eintritt, oder ob es nicht eintritt.

MERKE:

Ein Zufallsexperiment heißt **Bernoulli-Experiment**, wenn es nur darum geht, ob ein Ereignis A eingetreten ist oder nicht.

Das Eintreffen von A bezeichnet man als **Treffer** bzw. **Erfolg**.
Das Eintreffen von $\overline{A}$ nennen wir **Niete** bzw. **Misserfolg**.

Mit $P(A) = p$ gilt: $P(\overline{A}) = 1 - p$, da $A \cup \overline{A} = \Omega$

MERKE:

Wird ein Bernoulli-Experiment n-mal durchgeführt und sind die einzelnen Experimente dabei unabhängig voneinander, so spricht man von einer **Bernoulli-Kette.**
n heißt dabei die **Länge** der Bernoulli-Kette.

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses A sei in einem Bernoulli-Experiment $P(A) = p$.
Daraus können wir folgern, dass das Ereignis A in der Bernoulli-Kette der Länge n genau k-mal auftritt, und zwar mit folgender Wahrscheinlichkeit:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Beispiel zur Verdeutlichung:

Peter nimmt am Wettbewerb im Tontaubenschießen teil. Er hat eine Trefferwahrscheinlichkeit von 3:5.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter bei 3 Schüssen auch 3mal trifft ?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft Peter mindestens einmal, wenn er 3 Schüsse zur Verfügung hat ?

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Lösung:

$$p = \frac{3}{5};\quad N = 3;\quad k = 3;$$

Erklärung:

- p ist die Wahrscheinlichkeit mit der Peter trifft. (Er landet quasi bei 5 Versuchen 3 Treffer)
- N ist die Anzahl der Schüsse (Wie oft führt Peter quasi das Experiment „Schuß“ durch ?)
- k ist die Anzahl der Treffer (Wie oft führt der Schuß zum Erfolg ?)

a) $$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\Rightarrow \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 0{,}216 \quad \hat{=} \quad 21{,}6\%$$

b) Am einfachsten lässt sich diese Teilaufgabe lösen, wenn wir zunächst das Gegenereignis berechnen.
Wie groß ist also die Wahrscheinlichkeit, dass Peter bei drei Schüssen <u>keinmal</u> trifft ?

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\Rightarrow \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0{,}064$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens einmal trifft ist dann folglich:

$$1 - 0{,}064 = 0{,}936 \quad \hat{=} \quad 93{,}6\%$$

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben zu Kapitel 3.1

1. Der Direktor einer Schule fertigt eine Aufstellung über seine 12. Klasse an.
Die Anzahl der Teilnehmer an einem Leistungskurs Deutsch bezeichnet er als Ereignis **A** und die Anzahl der Teilnehmer an einem Leistungskurs Französisch als Ereignis **B**.

Folgende Vierfeldertafel zeichnet sich der Schulleiter zur Verdeutlichung:

	B	$\overline{B}$
A	61	22
$\overline{A}$	19	32

a) Wie viele Schüler umfasst die 12.Klasse insgesamt ?

b) Der Direktor sucht sich zufällig einen Schüler aus und möchte folgende Wahrscheinlichkeiten berechnen:

$$P(A|B);\ P(\overline{A}|B);\ P(A|\overline{B});\ P(\overline{A}|\overline{B});\ P(B|A);\ P(\overline{B}|A);\ P(B|\overline{A});\ P(\overline{B}|\overline{A}).$$

Hilf ihm dabei !

Anmerkung: Ereignis **A** „Der Schüler besucht den Deutschleistungskurs“
Ereignis **B** „Er besucht den Leistungskurs Französisch“

2. Eine Firma fertigt Autoradios in drei verschiedenen deutschen Städten, in der Stadt A werden 25% ihrer Waren hergestellt, in der Stadt B 35% und der Rest in der Stadt C. Leider passieren auch Produktionsfehler. 2% der Radios die in A gefertigt wurden, 2,5% der in B produzierten Geräte und 3% der in C hergestellten Radios sind fehlerhaft.

a) Ein Qualitätsprüfer wählt aus der Gesamtproduktion zufällig ein Gerät aus.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es fehlerhaft ?

b) Der Chef der Firma wählt aus der Gesamtproduktion ein fehlerhaftes Radio aus. Danach möchte er berechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit es in A, in B bzw. in C hergestellt wurde.
Kannst du ihm dabei helfen ?

3. Eine Fabrik produziert mit zwei Maschinen die gleichen Autoersatzteile.
Mit der ersten Maschine werden 60% der Produktion gefertigt und mit der zweiten Maschine die restlichen 40%.
Die Ausschussquote bei Maschine I beträgt 3%, bei Maschine II 5%.

Berechne, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein produziertes Ersatzteil defekt ist.

Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben zu Kapitel 3.1

4. Zwei Freunde verabreden sich zur Entenjagd. Einer der beiden ist ein guter Schütze und hat eine Trefferquote von 70%. Der andere ist im Schießen ungeübter und hat nur eine Trefferwahrscheinlichkeit von 40%. Dafür besitzt er allerdings eine doppelläufige Flinte, das heißt, bei jeder auffliegenden Ente gibt der zweite Schütze zwei Schüsse ab, während der erste Schütze nur einen Schuss abgibt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine auffliegende Ente getroffen ?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Ente von dem besseren der beiden Schützen getroffen ?

5. Hans zieht aus einer Urne mit 5 roten, 3 grünen und 2 blauen Kugeln ohne zurücklegen drei Kugeln.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht er dabei nur Kugeln mit der gleichen Farbe ?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Hans bei seinem 3. Zug eine blaue Kugel aus der Urne holt ?

6. Eine Firma produziert Kleinteile. Der Anteil der defekten Teile beläuft sich auf 3%. Alle hergestellten Kleinteile durchlaufen am Ende der Produktion eine Kontrolle. Dabei gelingt es 80% der defekten Teile auszusortieren. Leider wurden fälschlicherweise auch 10% der guten Kleinteile ausgesondert.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein produziertes Stück aussortiert wird ? Zeichne ein Baumdiagramm !

7. Die Geschäftsleitung der Firma aus Aufgabe 6 möchte die Kontrolle verbessern. Deshalb durchlaufen die nicht aussortierten Teile die Kontrolle von nun an ein zweites Mal. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass

a) ein defektes Teil nicht aussortiert wird ?

b) ein defektes Teil aussortiert wird ?

c) ein gutes, fehlerfreies Teil aussortiert wird ?

8. 92% der in einem Werk gefertigten Elektrogeräte sind fehlerfrei. In einer der Produktion folgenden Endkontrolle werden 5% der eigetnlich einwandfreien und 98% der fehlerhaften Geräte als defekt aussortiert.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) ein aussortiertes Gerät tatsächlich fehlerhaft ist ?

b) ein nicht aussortiertes Gerät fehlerfrei ist ?

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben zu Kapitel 3.1

9. In einer Fabrik werden mit drei Maschinen Glühbirnen hergestellt. Die Maschinen haben die Ausschußquoten q_1, q_2, q_3. Ihre Anteile an der Gesamtproduktion seien p_1, p_2, p_3.

a) Berechne die Ausschussquote der gesamten Produktion !

b) Der Qualitätsprüfer entnimmt der Gesamtproduktion zufällig eine Glühbirne.
Er testet sie und stellt fest, dass sie fehlerfrei ist.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde diese Glühbirne von der 1. Maschine produziert ?

10. An einer Losbude kann man 3 Sorten Lose kaufen. Die Lose sind jeweils in gleichen Mengen abgepackt. Die erste Sorte beinhaltet 30% Gewinne, die zweite Sorte 20% und die dritte Sorte 10%.
Der Losverkäufer mischt nun die Lose in einem Eimer und zwar folgendermaßen:
Eine Packung der ersten Sorte, zwei Packungen der zweiten Sorte und drei Packungen der dritten Sorte.
Der kleine Klaus kauft nun ein Los und greift in diesen Eimer.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Klaus ein Gewinnlos ?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Los, falls es gewinnt von der erste, der zweiten bzw. der dritten Sorte ? (k = 1,2,3)

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben zu Kapitel 3.2 + 3.3

1. In einer Urne sind zwei grüne und zwei blaue Kugeln.
Toni zieht nacheinander zwei Kugeln

a) mit Zurücklegen.

b) ohne Zurücklegen.

Sind die beiden Ereignisse

A: „Grün wird im 1. Zug gezogen“ und
B: „Grün wird im 2. Zug gezogen“ voneinander stochastisch unabhängig ?

Zeichne zur Verdeutlichung jeweils ein Baumdiagramm!

2. Welche Werte / Wahrscheinlichkeiten müssen x und y in der folgenden Vierfeldertafel annehmen, damit man sagen kann, dass die Ereignisse A und B voneinander stochastisch unabhängig sind ?

	B	$\overline{B}$
A	0,2	0,3
$\overline{A}$	x	y

3. Zwei Volleyballteams spielen gegeneinander auf zwei Siegsätze.
Beim ersten Satz sei die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen für beide Mannschaften gleich 1 : 2. Bei dem Team, dass einen Satz gewinnt, erhöht sich die Gewinnwahrscheinlichkeit für den nachfolgenden Satz um 0,1.

a) Berechne die Siegwahrscheinlichkeit für beide Mannschaften.

b) Nimm an, dass Team 1 den ersten Satz verloren hat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird es trotzdem noch Gesamtsieger ?
Zeichne ein Baumdiagramm !

4. Ein Würfel wird zehnmal hintereinander geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Sechser fallen.

5. In der TV-Show „Es gibt nur einen Sieger“ sind zwei Kandidaten in der Endrunde.
Beide haben bei vorangehenden Spielen die gleiche Punktezahl erkämpft und müssen deshalb nun um den Sieg würfeln. Wer zuerst die höhere Augenzahl wirft, ist der Gewinner.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass bis zur Entscheidung
1. genau n
2. mindestens n
3. höchstens n
Würfe notwendig sind ($n \in \mathbb{N}$).

b) Die Augenzahl i erscheint beim ersten Wurf. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt dieser Kandidat für i = 1,2,3…6 ?

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Stochastik - Kapitel 3

Aufgaben zu Kapitel 3.2 + 3.3

6. Robert möchte mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 0,99 den Eintritt des Ereignisses A: „beim Würfeln erscheint mindestens eine Sechs“ erreichen.
Mit wie vielen Laplace-Würfeln muß er deshalb mindestens werfen ?

7. Die Wahrscheinlichkeit bei einer Lotterie zu gewinnen beträgt 0,12.
Wie viele Lose muss Susi mindestens kaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% wenigstens einmal zu gewinnen ?

8. Vier Laplace-Münzen stehen zur Auswahl. Eine trägt auf beiden Seiten ein Wappen, die anderen drei tragen auf einer Seite ein Wappen und auf der anderen Seite eine Zahl.
Eine dieser vier Münzen wird nun mit verbundenen Augen ausgewählt und dann dreimal hintereinander geworfen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal Wappen fällt ?

b) Wenn tatsächlich dreimal Wappen erschienen ist, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze mit den zwei Wappen ausgewählt wurde ?
Zeichne ein Baumdiagramm !

9. Ein Brennofen fällt pro Tag mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 aus. Er wird darum einmal am Tag kontrolliert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt der Ofen

a) frühestens am 5. Tag

b) erstmals am 4. Tag

c) am 3. Tag zum ersten Mal und am 8. Tag zum dritten Mal aus?

10. Der Tankstellenbesitzer T weiß, dass 30% seiner Kundschaft „Super“ tankt.
40% dieser Leute fahren dabei die Automarke M.
T weiß außerdem, dass 42% seiner gesamten Kunden weder „Super“ tanken, noch das Auto der Marke M fahren.
Leg eine Vierfeldertafel an und überprüfe die folgenden Ereignisse S und M auf Unabhängigkeit !

S: „Der Kunde tankt Superbenzin.“

M: „Der Kunde fährt ein Auto der Marke M.“

 © www.mathe-physik-aufgaben.de